

HABLAR DE MATEMÁTICAS (ENTRES LENGUAS) PARA aprender matemáticas

TERESA SERRA SANTASUSANA

Maestra y psicopedagoga experta en didáctica de las matemáticas.
tserra@xtec.cat

didáctica de las matemáticas

Contemplar a los niños y niñas hablando de matemáticas con la maestra no es precisamente la imagen más común de una clase de matemáticas en Educación Primaria. Muchas veces cuando alguien evoca el recuerdo de las clases de matemáticas de su infancia, la imagen que asoma dista mucho de la descrita anteriormente. Probablemente son clases bastante silenciosas, donde cada alumno/a resuelve individualmente sus tareas, o los problemas planteados por el maestro/a.

La finalidad que persigue este artículo es ofrecer una nueva imagen de la clase de Matemáticas en la Educación Primaria, en la que la conversación entre los alumnos y la maestra, sobre y acerca de las matemáticas, se convierte en una herramienta que contribuye al desarrollo del conocimiento matemático de los alumnos.

El papel relevante de la conversación de matemáticas en el proceso de aprendizaje de las mismas puede hallarse en distintas fuentes. En primer lugar, considerando el aula, maestro y alumnos, como una comunidad de aprendizaje, donde tanto uno como otros utilicen el lenguaje para apoyar sus logros, sus avances, sus dudas..., en definitiva, su conocimiento. En segundo lugar, concibiendo que la educación matemática parte y se fundamenta en el descubrimiento que el alumnado lleva a cabo en la clase a partir de explorar, manipular, buscar, verbalizar, representar... En tercer lugar, entendiendo que el desarrollo del conocimiento matemático es un proceso en el que la comunicación de los razonamientos y pruebas realizados tiene un papel fundamental.

Potenciar la comunicación del conocimiento matemático en clase supone facilitar la interacción entre los alumnos para que pongan en común y comparen distintos caminos de resolución de una misma tarea. En este marco la maestra debe gestionar la comunicación que se produce en el aula de forma que, las actividades y preguntas que plantee fomenten el pensamiento de los alumnos. La gestión de los errores debería convertirse en un motivo para aprender. La maestra debería sentar las bases que sustentan la confianza de los niños y las niñas para expresar sus pensamientos matemáticos.

Muchas veces cuando alguien evoca el recuerdo de las clases de matemáticas de su infancia, probablemente, recuerde clases bastante silenciosas, donde cada alumno/a resuelve individualmente sus tareas, o los problemas planteados por el maestro/a.



Figura 1. Distribución de los bloques de contenido de matemáticas en las tres lenguas en 6º curso

Catalán	Castellano	Inglés
<p><i>Numeración y cálculo</i></p> <p><i>Relaciones y cambio</i></p> <p><i>Estadística y azar</i></p>	<p><i>Medida</i></p>	<p><i>Geometría</i></p>

LA ESCUELA VILA OLÍMPICA Y EL PROYECTO INTEGRADO DE LENGUAS

Los ejemplos de las conversaciones matemáticas, que más adelante se describen, se desarrollan en la Escuela Vila Olímpica de Barcelona, escuela pública de Educación Infantil y Primaria. El proyecto que da identidad al centro es el Proyecto Integrado de Lenguas (PIL)¹.

El Proyecto Integrado de Lenguas da una relevancia especial al lenguaje como mediador en toda actividad de aprendizaje. Dicha relevancia toma cuerpo en *la conversación en la clase*. En todos los niveles educativos y en todas las áreas curriculares la conversación entre los alumnos y las maestras tiene un espacio y un tiempo privilegiados. Se aprenden matemáticas en la medida que se habla de ellas, o se aprenden ciencias naturales de forma análoga. La conversación sobre las matemáticas es un instrumento que facilita que los niños y las niñas puedan comunicar sus razonamientos, sus dudas, sus hipótesis, sus justificaciones sobre las actividades matemáticas que llevan a cabo. Desde la Educación Infantil hasta sexto curso de primaria la conversación en la clase es una rutina que facilita el desarrollo del aprendizaje de todas las áreas y del lenguaje simultáneamente.

El PIL considera esencial el aprendizaje funcional de todas las lenguas presentes en la escuela, catalán, castellano e inglés. Las lenguas se aprenden en la medida que son instrumentos imprescindibles para la comunicación y para la representación de los conocimientos propios. El desarrollo del aprendizaje de las lenguas, a través de su uso en las distintas áreas curriculares, facilita el avance en el uso de las distintas lenguas y al mismo tiempo el desarrollo de los conocimientos propios de cada área, así como el aprendizaje del lenguaje específico de cada una de ellas.

Si se focaliza en el área de matemáticas, éstas se aprenden en catalán y en castellano en el primer ciclo de primaria, y en las tres lenguas, catalán, castellano e inglés, en el segundo y tercer ciclo.

La distribución de contenidos de las matemáticas en las tres lenguas se establece de acuerdo con el nivel de complejidad de los mismos y con el nivel de competencia lingüística del alumnado en las distintas lenguas. Al finalizar la etapa de Educación Primaria se garantiza que los alumnos hayan aprendido contenidos de los distintos bloques del área de Matemáticas, Numeración y Operaciones, Relaciones y Cambio, Medida, Espacio y Forma y Estadística y Azar en las tres lenguas.

¹ Este proyecto obtuvo el tercer premio nacional de Innovación Educativa 2006.

TRES CONVERSACIONES DE MATEMÁTICAS EN SEXTO DE PRIMARIA, EN CATALÁN, EN CASTELLANO Y EN INGLÉS

En sexto de primaria en la Escuela Vila Olímpica los bloques de contenido de Matemáticas en las tres lenguas se distribuyen tal como se describe en la figura 1.

CONVERSACIÓN EN CATALÁN ACERCA DEL TABLERO DE AJEDREZ

La maestra plantea oralmente la actividad con la ayuda de los tableros de ajedrez a toda la clase.

*Quants quadrats podem trobar en un tauler d'escacs?*²

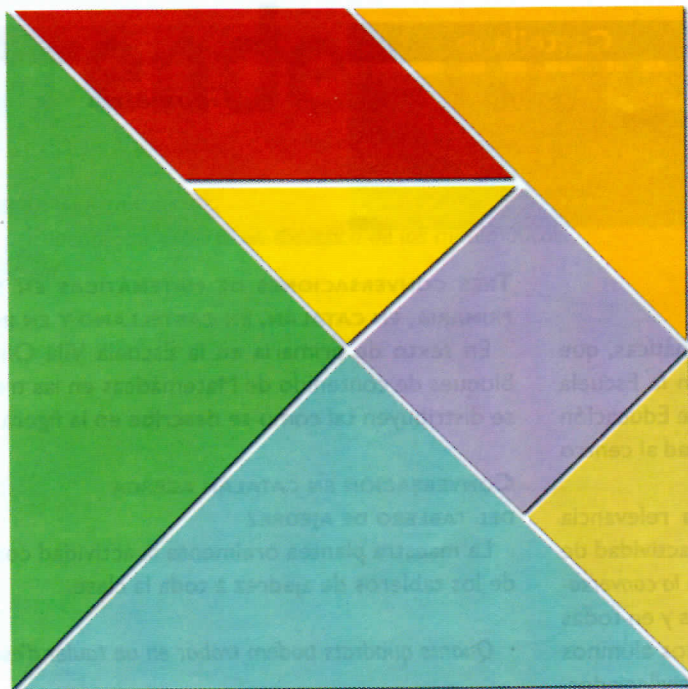
En un primer momento cada alumno intenta buscar soluciones al problema, utilizando todo aquel material que requiera: el tablero, dibujos, recortes de papel, ordenador... Más adelante la tarea consiste en explicar a los demás cómo se ha realizado el primer abordaje del problema.

La actividad, que sugiere la conversación posterior en la clase, es simple y concisa, pero da lugar a distintas formas de resolución. Ésta es una condición indispensable para fomentar la conversación de Matemáticas.

² Para facilitar la comprensión de la conversación en catalán, en la lectura del artículo, se ofrece la traducción al castellano: *¿Cuántos cuadrados podemos encontrar en un tablero de ajedrez?*



Busca el área de todas las piezas del Tangram.



PISTA. Para empezar investiga cuáles son las piezas que tienen la misma área. No te fíes de las formas.

Cuando todos los alumnos han realizado el primer intento de solución de la tarea, la maestra sugiere que cada uno de ellos comparta su solución con otro alumno/a. El trabajo de cada pareja consiste en escuchar la solución del compañero/a y comunicar la propia solución. El breve contraste de soluciones va a facilitar la conversación posterior de toda la clase.

A continuación se desarrolla la conversación sobre el problema entre los alumnos y la maestra. Ésta sitúa el diálogo a partir de las preguntas abiertas que realiza.

- **M. Com són els quadrats que heu trobat?**
- A1. N'hi ha de un de 8×8 i 64 de 1×1
- A2. Ah, però jo també n'he trobat de 2×2 .
- A3. Si t'hi fixes n'hi ha de 7×7 .
- A4. I també de 3×3 .
- A1. És que n'hi ha de 1×1 , de 2×2 , de 3×3 , de 4×4 , de 5×5 , de 6×6 , de 7×7 i de 8×8 ³.
- **M. Com podem comptar tots els quadrats que heu trobat? Heu descobert algun patró de comptatge? Busqueu-lo treballant en grups de 3.**
- A1. Jo m'he fixat que n'hi ha de 8×8 i 64 de 1×1 , i 8×8 són 64.

³ Para facilitar la comprensión de la conversación en catalán, en la lectura del artículo, se ofrece la traducción al castellano:

M: ¿Cómo son los cuadrados que habéis hallado?
 A1: Hay uno de 8×8 y 64 de 1×1 .
 A2: Pero yo encontré de 2×2 .
 A3: Si te fijas los hay de 7×7 .
 A4: Y también de 3×3 .
 A1: Es que los hay de 1×1 , de 2×2 , de 3×3 , de 4×4 , de 5×5 , de 6×6 , de 7×7 y de 8×8 .

- **M. És interessant aquesta observació, potser us podrà servir com a pista per descobrir algun patró de comptatge⁴.**

El diálogo sobre las matemáticas continúa en los pequeños grupos. La maestra va siguiendo el trabajo de cada uno de ellos, a partir de las preguntas que les formula y de los comentarios que les sugiere. Y poco a poco se va construyendo la solución al problema. Algunos grupos utilizan métodos aritméticos, otros geométricos. Pero por un camino u otro, todos descubren que la solución del problema se relaciona con la suma de los números cuadrados 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 y 64. Lo más destacable de la actividad, no es sólo su solución, sino los distintos caminos que conducen a ella. Contrastar dichos caminos, comentarlos, facilita en gran medida la comprensión de la solución y de las conexiones entre distintas formas de abordar el problema.

CONVERSACIÓN EN CASTELLANO SOBRE EL CÁLCULO DE LA SUPERFICIE

La clase está organizada de forma que distintos grupos cooperativos, de 4 o 5 alumnos, resuelven tareas matemáticas diferentes relacionadas con la medida de superficie. El centro de atención, para este artículo, es la tarea que se describe seguidamente.

⁴ Para facilitar la comprensión de la conversación en catalán, en la lectura del artículo, se ofrece la traducción al castellano

M: ¿Cómo podemos contar todos los cuadrados que habéis hallado? ¿Habéis encontrado algún patrón de recuento? Buscadlo trabajando en grupos de 3.
 A1: Yo me di cuenta que hay 1 de 8×8 y 64 de 1×1 , y 8×8 son 64.
M: Es interesante esta observación, quizás os la podréis utilizar como pista para descubrir algún patrón de recuento.

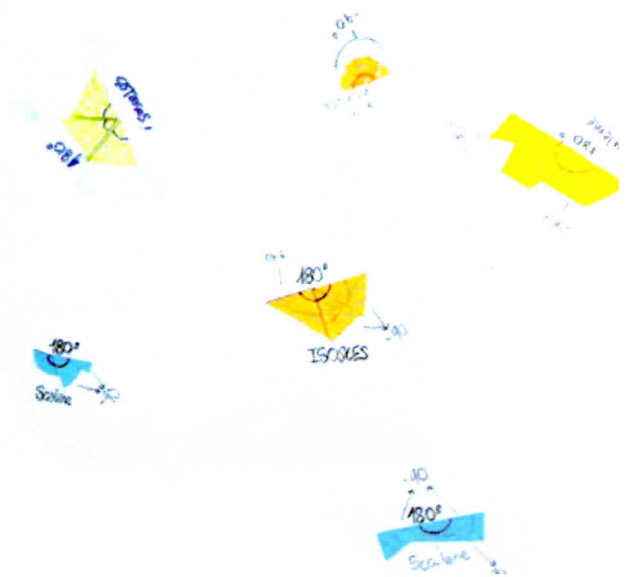
El grupo dispone del Tangram, regla y papel cuadrícula de 1cm^2 para buscar la solución. El grupo debe describir oralmente y por escrito el proceso seguido para llegar a la respuesta, que considere oportuna.

Mientras cada grupo va construyendo su propia solución, la maestra conversa con ellos. Dicha conversación con los alumnos es una forma de ayuda pedagógica que se adapta a cada grupo. La adaptación de la ayuda está regulada por la interacción entre alumnos y maestra y vehiculizada por el lenguaje. La conversación entre unos y otra resulta ser una forma concreta de andamiaje.

Quizás un pequeño fragmento del diálogo ponga de manifiesto las bondades de la conversación de matemáticas en el aula.

- A1. Hay tres clases de medidas. Mira esta pieza (se refiere al triángulo pequeño), es pequeña, ésta (se refiere al triángulo mediano) es mediana y ésta es grande (se refiere al triángulo grande).
- A2. Tenemos que poner las piezas sobre el papel cuadrícula y así sabremos el área de cada una.
- A3. Pero también podemos medir el cuadrado y ya sabemos qué lado por lado es el área del cuadrado.
- A4. ¿Por dónde empezamos?
- A2. Por la cuadrícula.
- A3. Sí, sí, que alguien anote las soluciones.
- A1. Hay cuadros que no están enteros.
- A2. Vamos a compensar, ¿no te acuerdas?
- M. **¿Cómo lo estáis solucionando?**
- A2. Hemos acordado utilizar el papel cuadrícula para hallar el área de las piezas.
- M. **Perfecto, es un buen camino. Pero si no tuvierais papel cuadrícula, ¿cómo podrías hallar el área de las piezas?**
- A1. Me di cuenta que hay tres medidas, pequeña, mediana y grande.
- M. **¿Cómo lo podrías mostrar?**
- A1. Mira, ésta es la mitad de (coloca el triángulo pequeño sobre el mediano).
- M. **Me parece que tenéis más de un camino para solucionar el problema. Sería muy interesante que los describierais todos para exponerlos a los demás.**

Figura 2. Sumas geométricas de los ángulos de dos triángulos



CONVERSACIÓN EN INGLÉS SOBRE LOS ÁNGULOS DE LOS TRIÁNGULOS

En una conversación previa en la clase algunos alumnos sostenían que la suma de los ángulos de cualquier triángulo es siempre 180° . La maestra propone a los niños y niñas que investiguen si esta afirmación es cierta.

La clase se organiza en pequeños grupos de 4 o 5 alumnos para estudiar el problema. Cada grupo puede elegir el material que considere oportuno para comprobar la afirmación (triángulos recortados, tiras de papel para construir triángulos, semicírculos graduados, ordenador...).

En la clase hay dos maestras que dialogan con cada uno de los grupos en inglés para ayudarlos a resolver el problema planteado y al mismo tiempo ofrecerles los recursos lingüísticos necesarios para su expresión.

Una vez más las preguntas de la maestra van a convertirse en la guía para el desarrollo de la conversación. Dichas preguntas están íntimamente relacionadas con los contenidos matemáticos más relevantes.

1. Conversación de matemáticas y aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • La conversación de matemáticas entre la maestra y los alumnos en el marco de la comunidad de aprendizaje que es la clase. • Fomentar la comunicación de los razonamientos matemáticos, así como de las representaciones propias de los alumnos fomenta el aprendizaje matemático. • La maestra gestiona el desarrollo de la conversación en la clase.
2. Proyecto Integrado de Lenguas	<ul style="list-style-type: none"> • La conversación en clase tiene un papel relevante en todas las áreas de aprendizaje. El lenguaje actúa como mediador del aprendizaje. • Aprendizaje funcional de las tres lenguas. • Se aprenden las lenguas en la medida que se utilizan para aprender contenidos matemáticos o de otras áreas. • La complejidad de los contenidos matemáticos a tratar y la competencia lingüística son dos variables a considerar, cuando el aprendizaje matemático se realiza en lengua extranjera.
3. Tres conversaciones de matemáticas en sexto de primaria: en catalán, en castellano y en inglés	<ul style="list-style-type: none"> • La maestra conduce el diálogo a partir de las preguntas abiertas que formula a los alumnos. • La conversación con los alumnos, como andamiaje, permite que la maestra adapte la ayuda pedagógica que ofrece a los alumnos. • Las preguntas de la maestra están relacionadas con los contenidos matemáticos más relevantes.



Un grupo ha mostrado la certeza de la afirmación, a través del uso del semicírculo graduado, midiendo los tres ángulos de distintos triángulos y a través de la suma geométrica de los tres ángulos de los triángulos (figura 2).

La conversación siguiente es un ejemplo de cómo unos alumnos explican a otros que 180° son justamente la mitad del ángulo del círculo:

- A1. *Miguel's question is correct because, because the angles are half of a circle, and this is 180° .*
- M. **Do you agree?**
- Todos. Yes.
- M. **What is the measurement of the angle of a circle? Indica el círculo gestualmente**
- A1. 360° .
- M. (Se dirige a A2). **Do you agree?**
- A2. Yes (no contesta segura).
- M. (Se dirige a A2). **Yes, not sure?**
- Los demás se ríen.
- M. (Se dirige a los demás refiriéndose a A2). **She is not sure, you have to show her.**
- M. **How can you show her?**
- A3. (Coloca dos transportadores formando un círculo). *This is a half of a circle and...*
- M. **180° and 180° is?**
- M. (Señala la suma de los tres ángulos de A3). **So this is...**
- A3. 180° .
- M. *Because...*
- A3. *It is a half of a circle.*

CONCLUSIONES

La conversación sobre las matemáticas en la clase entre la maestra y los alumnos se convierte en una fuente de avance del conocimiento de unos y otros. El rol de la maestra es absolutamente relevante para que la conversación se convierta en un instrumento que fomente el avance en el conocimiento matemático, a la vez que favorece el desarrollo de la competencia comunicativa en las distintas lenguas, catalán, castellano e inglés.

Se destacan algunos recursos didácticos, que se han presentado a lo largo de este artículo, que son una ayuda para desarrollar la conversación de matemáticas en las tres lenguas:

- La propuesta, por parte de la maestra, de actividades abiertas que dan lugar a distintos caminos de resolución, favorece el contraste de pareceres.
- El uso de materiales, que fomentan la experimentación, ayuda a los alumnos a construir las soluciones a los problemas y a su vez los ayuda a describir sus procesos de resolución.
- La combinación del trabajo en distintas agrupaciones, parejas, pequeño grupo, gran grupo favorece la comunicación matemática.
- La forma de gestionar la conversación de la maestra, formulando preguntas abiertas a los alumnos, sugiriéndoles comentarios, a modo de pistas, recogiendo propuestas realizadas por ellos, realizando síntesis para cerrar algunos procesos, fomenta el intercambio de pareceres y la construcción de nuevas formas de abordar los problemas
- La consideración de la competencia comunicativa de los alumnos, en las tres lenguas, debe tenerse en cuenta, cuando se toma la decisión de tratar uno u otro contenido matemático en cada una de ellas. ■

Para saber más

- MERCER, N. (2001). *Palabras y mentes*. Barcelona: Paidós.
- RAMÍREZ, R; SERRA, T., y OTROS (2007). *El Proyecto Integrado de Lenguas*. Tercer Premio de Innovación Educativa. CIDE. Premios Nacionales de Innovación Educativa 2006. Madrid: Publicaciones MEC-CIDE.
- SERRA, T. (2004). «Hablar de mates en clase». *Uno*, 35: 23-38.
- SERRA, T (2011). «Parlar de matemàtiques per aprendre'n». Barcelona: Rosa Sensat (en prensa).